

# Генерация узкополосного спектра электромагнитных возмущений при пролете ракеты

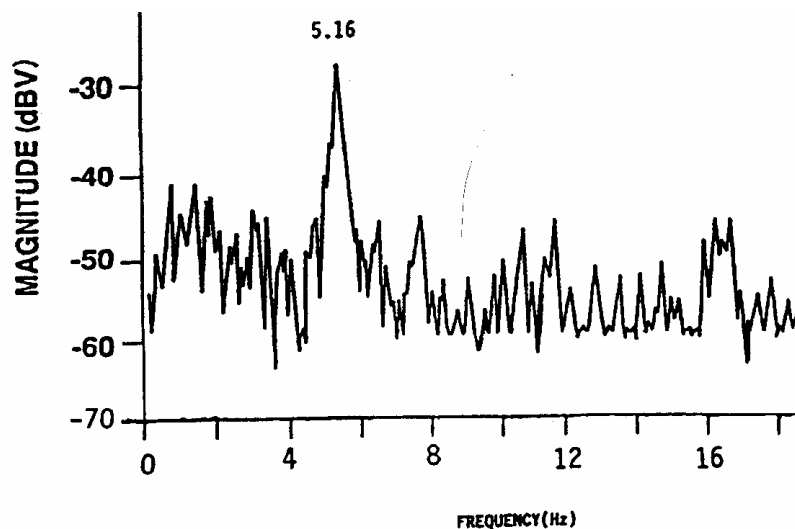
Сергеев И.Ю. ([fje@mail.ru](mailto:fje@mail.ru)), Сорокин В.М.

Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн РАН  
(ИЗМИРАН), Троицк (Московская обл.)

Дана интерпретация наземных данных наблюдения узкополосного спектра электромагнитного возмущения, появляющегося во время полетов космических кораблей на активном участке траектории. Эти возмущения генерируются поляризационными токами, возникающими в неоднородностях ионосферной проводимости под воздействием фонового электромагнитного поля атмосферных источников. Ионосферные неоднородности наблюдаются методом GPS – решеток во время запусков космических кораблей. Представлен метод расчета электромагнитных возмущений и их спектров. Результаты расчетов согласуются с данными наблюдений.

## 1. Введение.

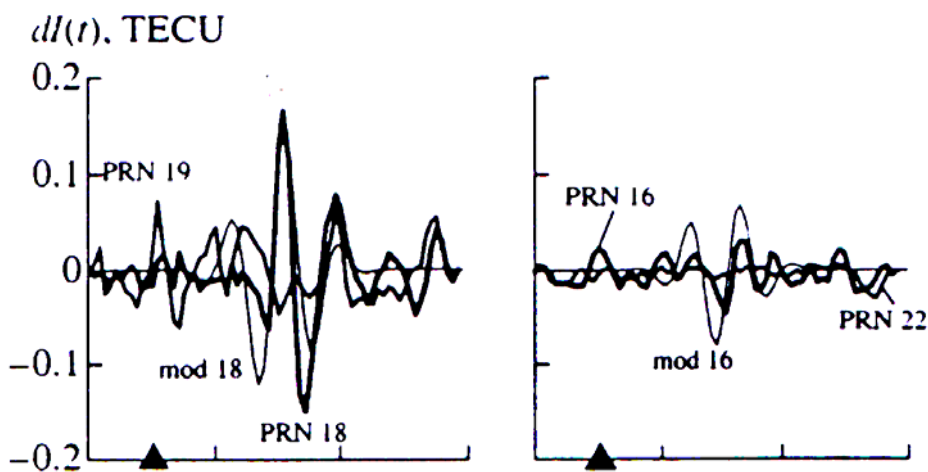
Полеты космических аппаратов на активном участке их траектории, как во время запуска, так и во время посадки, приводят к различным электромагнитным и плазменным эффектам. В работе (Rauscher and Van Bise, 1999) приведены данные регистрации на поверхности Земли электромагнитных возмущений, полученных на сети обсерваторий, на территории США. На рис.1 приведен спектр такого сигнала в диапазоне от 0 до 20 Гц. Из графика следует, что частота максимума спектра составляет 5 Гц.



**Рис. 1.** Спектр электромагнитного возмущения, зарегистрированного в течении четырех минут в шт. Невада во время полета космического корабля Атлантис, запущенного с мыса Канаверал 18 октября 1989 г. На графике отмечено значение частоты максимума спектра. Уровень нуля db на шкале соответствует чувствительности  $10^{-5}$  Гаусс (Rauscher and Van Bise, 1999).

Полет космического корабля на активном участке траектории сопровождается возмущением ионосферы. На рис.2 приведена зависимость от времени полного электронного

содержания ионосферы, полученная в работе (Афраймович и др., 2002) во время запуска ракеты-носителя «Протон» с космодрома Байконур. В этой работе показано, что возмущение генерируется в окрестности горизонтального участка траектории полета. Оно распространяется волной с фазовой скоростью порядка скорости звука  $u$ . Согласно графику на рис.2, полет ракеты приводит к волновому возмущению с периодами  $T \approx 250 - 300$  с. Это возмущение формирует в нижней части  $E$  – слоя, где скорость звука  $u \approx 300$  м/с, вытянутые в горизонтальном направлении ионосферные неоднородности с пространственным масштабом  $\lambda_0$  порядка  $\lambda_0 = uT \approx 75 \div 90$  км. Как показано в работе (Сорокин и др., 2001; Sorokin et al., 2003), появление в ионосфере периодических неоднородностей проводимости в присутствии фонового электромагнитного поля атмосферных источников приводит к появлению поляризационных токов и когерентному излучению гиротропных волн (Сорокин, 1988). Фоновое поле в низкочастотном диапазоне формируется, в основном, источниками грозовой активности. В работе (Сорокин и др., 2001) Рассмотрен механизм формирования спектра электромагнитного возмущения, возникающего при появлении ионосферных неоднородностей в результате неустойчивости акустогравитационных волн под воздействием усиления электрического поля. Предполагалось, что неоднородности вытянуты в направлении поперек геомагнитного поля. Спектральные характеристики гиротропных волн существенно зависят от азимутального угла их распространения. Так как наблюдения, результаты которых приведены на рис. 1, получены в штате Невада, а запуск корабля Атлантис производился с мыса Канаверал, то горизонтальные неоднородности ионосферной проводимости, возникающие при его полете направлены под углом к плоскости магнитного меридиана. Ниже модифицирован метод расчета спектра электромагнитных возмущений, генерируемых горизонтальными неоднородностями ионосферной проводимости, которые вытянуты под углом к магнитному меридиану. Этот метод применен для интерпретации данных наземных наблюдений электромагнитных возмущений.



**Рис. 2.** Пример записей зависимости от времени полного электронного содержания, полученных для четырех спутников GPS (“PRN16”, “PRN18”, “PRN19”, “PRN22”) в районе космодрома Байконур во время запуска ракеты - носителя «Протон» 17 апреля 2000 г. Стрелка у оси абсцисс отмечает момент времени старта. По оси ординат отложены  $TECU$ . Одна единица равна  $10^{16} \text{ м}^{-2}$ . Толстые линии – экспериментальные данные, тонкие – интерполяция (Афраймович и др., 2002).

## 2. Вывод граничных условий для горизонтальной компоненты электрического поля на тонкой проводящей ионосфере.

Низкочастотное электромагнитное поле в ионосфере удовлетворяет уравнениям Максвелла:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = 0$$

Полагая продольную относительно магнитного поля  $\mathbf{B}$  компоненту электрического поля равной нулю, закон Ома для ионосферной плазмы запишем в виде:

$$(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}) = 0; \quad \mathbf{j} \times \mathbf{B} = \sigma_P \mathbf{E} \times \mathbf{B} - \sigma_H B \mathbf{E},$$

где  $\sigma_P, \sigma_H$  - проводимости Педерсена и Холла ионосферной плазмы. Представим проводимости ионосферы в виде  $\sigma_{P,H} = \sigma_{P_0,H_0} + \sigma_{P_1,H_1}$ , где  $\sigma_{P_0,H_0}$  - проводимости невозмущенной ионосферы,  $\sigma_{P_1,H_1}$  - их возмущения. Электрическое поле представим в виде суммы  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1$ , где  $\mathbf{E}_0$  - фоновое электрическое поле при отсутствии возмущения проводимости, а  $\mathbf{E}_1$  - поле, возникающее при появлении неоднородностей проводимости ионосферы. Умножим уравнение Максвелла векторно на  $\mathbf{B}$  и подставим в его правую часть закон Ома. Считая возмущение поля слабым и пренебрегая слагаемыми второго порядка малости, получим уравнение для  $\mathbf{E}_1$ :

$$(\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_1) \times \mathbf{B} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\sigma_{P_0} \mathbf{E}_1 \times \mathbf{B} - \sigma_{H_0} B \mathbf{E}_1) = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\sigma_{P_1} \mathbf{E}_0 \times \mathbf{B} - \sigma_{H_1} B \mathbf{E}_0). \quad (1)$$

Введем декартовую систему координат с осью  $z$ , направленной вертикально вверх. Однородное магнитное поле расположено в плоскости  $x, y$  под углом  $\alpha$  к оси  $x$ . Ионосферные неоднородности вытянуты вдоль оси  $y$ . Связанные с ними возмущения проводимости мало меняются за временной интервал измерения электромагнитного сигнала. Будем полагать, что фоновое электрическое поле атмосферных источников падает снизу на ионосферу и содержит касательную компоненту  $E_{y0}$ . Введем относительные возмущения проводимостей:

$$H(x) = \sigma_{H_1}(x, z) / \sigma_{H_0}(z); \quad P(x) = \sigma_{P_1}(x, z) / \sigma_{P_0}(z). \quad (2)$$

Воспользуемся преобразованием Фурье по координате  $x$  и времени  $t$ . Для компонент уравнения (1), получим:

$$\begin{aligned} ik \tan \alpha \frac{dE_{y1}}{dz} - k^2 E_{z1} - i \frac{4\pi\omega}{c^2} \left( \frac{\sigma_{H_0}}{\cos \alpha} E_{y1} - \sigma_{P_0} E_{z1} \right) &= i \frac{4\pi\omega}{c^2} \frac{\sigma_{H_0}}{\cos \alpha} f_H \\ \left( \frac{1}{\cos^2 \alpha} \frac{d^2}{dz^2} - k^2 \right) E_{y1} + ik \tan \alpha \frac{dE_{z1}}{dz} + i \frac{4\pi\omega}{c^2} \left( \frac{\sigma_{P_0}}{\cos^2 \alpha} E_{y1} + \frac{\sigma_{H_0}}{\cos \alpha} E_{z1} \right) &= \dots \quad (3) \\ = -i \frac{4\pi\omega}{c^2} \frac{\sigma_{P_0}}{\cos^2 \alpha} f_P; \quad E_{x1} = -E_{y1} \tan \alpha \end{aligned}$$

В уравнениях (3) введены обозначения:

$$f_P(k, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x) E_{0y}(x, \omega) \exp(ikx) dx; \quad f_H(k, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} H(x) E_{0y}(x, \omega) \exp(ikx) dx. \quad (4)$$

Для решения системы уравнений (3) воспользуемся методом, рассмотренным в работе (Сорокин и др., 2001). Согласно ему полагаем ионосферу тонким слоем, характеризуемым граничным условием для касательной компоненты электрического поля и ее нормальной производной. Далее, получим решение уравнений для полей выше и ниже проводящей ионосферы и подставим их в граничные условия. Эти граничные условия получены в Приложении (формула (П9)):

$$\begin{aligned} \{E_{y1}\} = 0; \quad la^2 \cos^4 \alpha \left\{ \frac{dE_{y1}}{dz} \right\} + \left[ \frac{\omega^2}{k^2} + i\omega v \cos^2 \alpha \right] E_{y1} &= \\ = - \left[ \frac{\omega^2}{k^2} f_H(k, \omega) + i\omega v \cos^2 \alpha f_P(k, \omega) \right]; \end{aligned} \quad (5)$$

Фигурными скобками в этом выражении обозначена разность величин выше и ниже ионосферы. В (5) введены обозначения:

$$a = c^2 \sigma_0 / 4\pi \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{H0}^2(z) dz; \quad \nu = c^2 \Sigma_P / 4\pi \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{H0}^2(z) dz; \quad l = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{H0}^2(z) dz / \sigma_0^2 \quad (6)$$

где  $\sigma_0$  – максимальное значение проводимости Холла. Правая часть в граничных условиях выражается через возмущения проводимостей. В случае  $\mathbf{E}_0 = 0; \Sigma_P = 0$  равенство (5) переходит в граничное условие, полученное в работе (Сорокин, 1987). При  $\alpha = 0$  равенство (5) совпадает с граничным условием, полученным в работе (Сорокин и др., 2001). Воспользуемся граничным условием (5) для расчета электромагнитного возмущения, генерируемого фоновым полем при появлении неоднородностей ионосферной проводимости.

### 3. Расчет спектра электромагнитного возмущения.

В рассматриваемом интервале частот горизонтальный масштаб изменения поля атмосферных источников значительно превышает размер области возмущения проводимости. Это означает, что поле не меняется на горизонтальном масштабе возмущенной области  $E_{y0}(x, \omega) \approx E_{y0}(\omega)$ . Следовательно, из (4) имеем:

$$f_P(k, \omega) = P(k)E_{y0}(\omega); \quad f_H(k, \omega) = H(k)E_{y0}(\omega) \quad ,$$

где  $P(k); H(k)$  – Фурье компоненты относительного возмущения проводимостей. Подставляя эти равенства в (5), получим:

$$\begin{aligned} \{E_{y1}\} = 0; \quad la^2 \cos^4 \alpha \left\{ \frac{dE_{y1}}{dz} \right\} + \left( \frac{\omega^2}{k^2} + i\omega\nu \cos^2 \alpha \right) E_{y1} = \\ = - \left[ \frac{\omega^2}{k^2} H(k) + i\omega\nu \cos^2 \alpha P(k) \right] E_{y0}; \end{aligned} \quad (7)$$

Граничным условиям на тонкой проводящей ионосфере (7) удовлетворяет горизонтальная компонента возмущения электрического поля, выражение для которой определяется из решения уравнения выше и ниже плоскости  $z = 0$ . Так как скорость гидромагнитных волн в магнитосфере значительно превышает скорость гиротропных волн в  $E$ -слое ионосферы, а ниже ионосферы атмосферу полагаем не проводящей, то возмущение поля вне проводящего слоя удовлетворяет уравнению Лапласа  $\Delta \mathbf{E}_1 = 0$ . Его решение для  $y$ -компоненты поля имеет вид:

$$E_{y1} = C \exp(-kz), \quad z > 0; \quad E_{y1} = C \exp(kz), \quad z < 0. \quad (8)$$

Подставляя решение (8) в граничные условия (7), получим:

$$E_{y1}(k, \omega) = -E_{y0}(\omega) \frac{\omega^2 H(k) + i\omega k^2 \cos^2 \alpha P(k)}{\omega^2 - \omega_0^2(k) \cos^4 \alpha + i\omega k^2 \cos^2 \alpha}; \quad \omega_0^2(k) = 2la^2 |k|^3 \quad (9)$$

В работе (Афраймович и др., 2002) волновое возмущение ионосферы интерполировалось в форме единичного волнового пакета (тонкая линия на рис. 2). Полагая, что этот пакет распространяется в горизонтальном направлении со скоростью  $u$ , зависимость возмущения проводимости от координаты  $x$  имеет следующий вид:  $H(x) = P(x) = A_0 \exp(-x^2 / 4x_0^2) \cos(k_0 x)$ , где  $k_0 = 2\pi / \lambda_0$ ,  $\lambda_0 = uT$  – пространственный масштаб горизонтальных неоднородностей проводимости,  $x_0 \gg \lambda_0$  – горизонтальный размер области, охваченной возмущением. Фурье-образ этой зависимости имеет вид:

$$H(k) = P(k) = \sqrt{\pi} x_0 A_0 \left\{ \exp \left[ -x_0^2 (k_0 - k)^2 \right] + \exp \left[ -x_0^2 (k_0 + k)^2 \right] \right\}$$

Подставляя в (9) и применяя обратное Фурье преобразование, получим:

$$\frac{E_{y1}(x, \omega)}{E_{y0}(\omega)} = -\left(x_0 A_0 / 2\sqrt{\pi}\right) \int_{-\infty}^{\infty} dk F(k, \omega) \{ \exp f_1(k, x) + \exp f_2(k, x) \}; \quad (10)$$

$$F(k, \omega) = \frac{\omega^2 + i\nu\omega k^2 \cos^2 \alpha}{\omega^2 - \omega_0^2(k) \cos^4 \alpha + i\nu\omega k^2 \cos^2 \alpha}; \quad f_{1,2}(k, x) = ikx - (k_0 \pm k)^2 x_0^2$$

Используя уравнение Максвелла  $\nabla \times \mathbf{E} = (i\omega / c)\mathbf{b}$  легко получить связь относительного возмущения электрического поля в ионосфере и возмущения магнитного поля  $\mathbf{b}$  на поверхности Земли:

$$b_{x1}(x, \omega) / b_{x0}(\omega) \Big|_{z=-z_1} = E_{y1}(x, \omega) / E_{y0}(\omega) \Big|_{z=0} .$$

Оценку интеграла (10) получим методом Лапласа, заменяя функции  $f_{1,2}(k, x)$  их разложением в ряд около экстремальных точек  $k_{1,2}$  и оставляя слагаемые второго порядка малости:

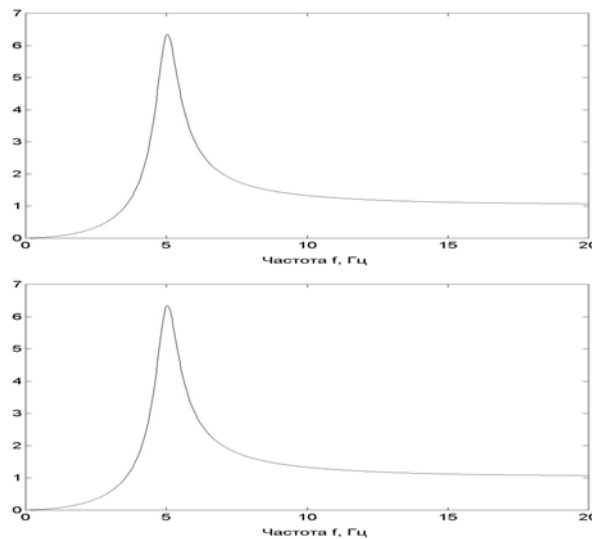
$$f_{1,2}(k, x) \approx ik_{1,2}x - x_0^2(k - k_{1,2})^2; \quad k_{1,2} = \mp k_0 + i(x / 2x_0^2). \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10), получим:

$$\frac{b_{x1}(x, \omega)}{b_{x0}(\omega)} \Big|_{z=-z_1} = -\frac{A_0}{2} \exp\left(-\frac{x^2}{4x_0^2}\right) \left[ F\left(k_0 + i\frac{x}{2x_0^2}\right) \exp(ik_0x) + F\left(k_0 - i\frac{x}{2x_0^2}\right) \exp(-ik_0x) \right]. \quad (12)$$

Полагая в (12)  $x = 0$  получим выражение для относительного спектра в эпицентре возмущенной области:

$$\beta = \left| \frac{b_{x1}(x=0, \omega)}{b_{x0}(\omega)} \right| = A_0 \left| \frac{\omega^2 + i\nu\omega k_0^2 \cos^2 \alpha}{\omega^2 - \omega_0^2(k_0) \cos^4 \alpha + i\nu\omega k_0^2 \cos^2 \alpha} \right|; \quad \omega_0^2(k_0) = 2la^2 |k_0|^3. \quad (13)$$



**Рис. 3.** Результаты расчета по формуле (13) относительного спектра электромагнитного возмущения на поверхности Земли, возникающего при появлении горизонтальных неоднородностей ионосферной проводимости, связанных с полетом космических кораблей. На графике приведена зависимость от частоты относительного спектра, нормированного на относительную амплитуду возмущения проводимости  $\beta / A_0$ . Расчеты проведены для значений:  $\alpha = \pi / 4$ ;  $k_0 = 10^{-6} \tilde{m}^{-1}$ ;  $a = 3 \cdot 10^7 \text{ ci} / \tilde{n}$ ;  $\nu = 10^{13} \tilde{m}^2 / \tilde{n}$ .

На рис.3 приведен график зависимости от частоты  $f = \omega / 2\pi$  относительного спектра возмущения магнитного поля на поверхности Земли, построенный по формуле (13). Приняты значения параметров ионосферы:

$$\sigma_0 = 10^6 \text{ c}^{-1}; \quad l = 3 \cdot 10^6 \text{ ci}; \quad \Sigma_p = 5 \cdot 10^{11} \tilde{m} / \tilde{n}; \quad a = 3 \cdot 10^7 \text{ ci} / \tilde{n}; \quad \nu = 10^{13} \tilde{m}^2 / \tilde{n}.$$

Расчеты проведены для значений:  $\alpha = \pi/4$ ;  $k_0 = 10^{-6} \tilde{m}^{-1}$ . Из графика следует, что относительное возмущение максимально на частоте около 5 Гц. Результаты расчета согласуются с данными регистрации спектра электромагнитного возмущения, приведенными на рис. 1.

#### 4. Заключение.

Результаты наблюдений показывают, что полеты космических кораблей на активном участке траектории сопровождаются как волновыми возмущениями ионосферы, вытянутыми вдоль траектории полета, так и узкополосным электромагнитным излучением на поверхности Земли. Горизонтальный пространственный масштаб возникающих ионосферных неоднородностей порядка 75-90 км, а частота максимума спектра 5 Гц. Эти экспериментальные данные объединяются физическим механизмом, рассмотренным выше. Фоновое поле атмосферных источников, в основном грозовых разрядов, возбуждает электрический ток в нижней ионосфере, связанный с неоднородностями ионосферной проводимости. Горизонтальное распределение тока определяется периодической пространственной структурой ионосферных неоднородностей. Этот ток является источником гиротропных волн, которые распространяются в нижней ионосфере в горизонтальном направлении. Поле этих волн формирует на поверхности Земли наблюдаемое узкополосное электромагнитное возмущение.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 03-05-64553) и МНТЦ (грант № 1121).

#### Приложение.

Получим граничные условия методом, приведенным в работе (Сорокин, 1987). Представим ионосферу в виде двух горизонтальных, тонких слоев с различным типом проводимости. В верхнем слое проводимость Холла равна нулю, а нижнем слое равна нулю проводимость Педерсена. Так как длина волны много больше толщины проводящей области ионосферы, то внутри каждого слоя можно полагать проводимость не зависящей от  $z$ . В слое с проводимостью Холла из (3) имеем

$$ik \tan \alpha \frac{dE_{y1}}{dz} - k^2 E_{z1} - i \frac{4\pi\omega}{c^2} \frac{\sigma_{H0}}{\cos \alpha} E_{y1} = i \frac{4\pi\omega}{c^2} \frac{\sigma_{H0}}{\cos \alpha} f_H$$

$$\left( \frac{1}{\cos^2 \alpha} \frac{d^2}{dz^2} - k^2 \right) E_{y1} + ik \tan \alpha \frac{dE_{z1}}{dz} + i \frac{4\pi\omega}{c^2} \frac{\sigma_{H0}}{\cos \alpha} E_{z1} = 0 \tag{П1}$$

В слое с проводимостью Педерсена из (3) получим:

$$ik \tan \alpha \frac{dE_{y1}}{dz} - k^2 E_{z1} + i \frac{4\pi\omega}{c^2} \sigma_{P0} E_{z1} = 0$$

$$\left( \frac{1}{\cos^2 \alpha} \frac{d^2}{dz^2} - k^2 \right) E_{y1} + ik \tan \alpha \frac{dE_{z1}}{dz} + i \frac{4\pi\omega}{c^2} \frac{\sigma_{P0}}{\cos^2 \alpha} E_{y1} = -i \frac{4\pi\omega}{c^2} \frac{\sigma_{P0}}{\cos^2 \alpha} f_P \tag{П2}$$

Рассмотрим граничные условия при переходе через слой с проводимостью Холла. В уравнениях (П1) исключаем  $E_{z1}$ :

$$\frac{d^2 E_{y1}}{dz^2} - \left[ k^2 - \frac{4\pi\omega \sin \alpha}{c^2 k \cos^2 \alpha} \frac{d\sigma_{H0}}{dz} - \left( \frac{4\pi\omega \sigma_{H0}}{c^2 k \cos \alpha} \right)^2 \right] E_{y1} =$$

$$= - \left[ \frac{4\pi\omega \sin \alpha}{c^2 k \cos^2 \alpha} \frac{d\sigma_{H0}}{dz} + \left( \frac{4\pi\omega \sigma_{H0}}{c^2 k \cos \alpha} \right)^2 \right] f_H \tag{П3}$$

Будем полагать, что функция  $\sigma_{H0}(z)$  отлична от нуля в слое толщиной  $l$ , а внутри слоя она постоянна  $\sigma_{H0}(z) = \sigma_0$ . Расположим начало системы координат в центре слоя:

$$\sigma_{H0} = 0, |z| > l/2; \quad \sigma_{H0} = \sigma_0, |z| \leq l/2.$$

Толщина слоя определяется по формуле:

$$l = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{H0}^2(z) dz / \sigma_0^2$$

В левой части уравнения (П3) производная  $d\sigma_{H0}(z)/dz = 0$  внутри и вне слоя. На верхней и нижней границе слоя эта производная равна  $\delta$ -функции Дирака:

$$z \sim l/2, d\sigma_{H0}(z)/dz = -\sigma_0\delta(z-l/2); \quad z \sim -l/2, d\sigma_{H0}(z)/dz = \sigma_0\delta(z+l/2)$$

Интегрируя по  $z$  уравнение (П3) в окрестностях верхней и нижней поверхностей ограничивающих слой, получим:

$$\begin{aligned} \{E_{y1}\}_{l/2} = 0; \quad \left\{ \frac{dE_{y1}}{dz} \right\}_{l/2} &= \frac{4\pi\omega \sin \alpha}{c^2 k \cos^2 \alpha} \sigma_0 (E_{y1} + f_H) \\ \{E_{y1}\}_{-l/2} = 0; \quad \left\{ \frac{dE_{y1}}{dz} \right\}_{-l/2} &= -\frac{4\pi\omega \sin \alpha}{c^2 k \cos^2 \alpha} \sigma_0 (E_{y1} + f_H) \end{aligned} \quad . \quad (П4)$$

В (П4) фигурными скобками обозначена разность значений величины выше и ниже соответствующих плоскостей, например:  $\{E_{y1}\}_{l/2} = E_{y1}(l/2+0) - E_{y1}(l/2-0)$ . Связь между горизонтальной компонентой поля и ее производной на нижней и верхней границе внутри слоя, определяется из решения уравнения (П3) с постоянными коэффициентами и  $d\sigma_{H0}/dz = 0$ :

$$E_{y1}(z) = C_1 \exp(-qz) + C_2 \exp(qz) + \left( \frac{4\pi\omega\sigma_0}{qc^2k \cos \alpha} \right)^2 \left\{ 1 - \cosh \left[ q \left( z + \frac{l}{2} \right) \right] \right\} f_H$$

$$q^2 = k^2 - \left( \frac{4\pi\omega\sigma_0}{c^2k \cos \alpha} \right)^2$$

где  $C_1, C_2$  - произвольные константы. Определяя константы, из этого решения находим:

$$\begin{aligned} E_{y1} \left( \frac{l}{2} - 0 \right) &= \cosh(ql) E_{y1} \left( -\frac{l}{2} + 0 \right) + \frac{\sinh(ql)}{q} \frac{d}{dz} E_{y1} \left( -\frac{l}{2} + 0 \right) + \\ &+ \left( \frac{4\pi\omega\sigma_0}{qc^2k \cos \alpha} \right)^2 [1 - \cosh(ql)] f_H \\ \frac{d}{dz} E_{y1} \left( \frac{l}{2} - 0 \right) &= \cosh(ql) \frac{d}{dz} E_{y1} \left( -\frac{l}{2} + 0 \right) + q \sinh(ql) E_{y1} \left( -\frac{l}{2} + 0 \right) - \\ &- \frac{\sinh(ql)}{q} \left( \frac{4\pi\omega\sigma_0}{c^2k \cos \alpha} \right)^2 f_H \end{aligned} \quad . \quad (П5)$$

Складывая (П4), (П5) и переходя к пределу  $l \rightarrow 0, \sigma_0 \rightarrow \infty$  при условии  $\sigma_0^2 l = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{H0}^2(z) dz = const$ , получим граничные условия на тонком слое с проводимостью Холла для горизонтальной компоненты электрического поля:

$$\{E_{y1}\} = 0; \quad \left\{ \frac{dE_{y1}}{dz} \right\} + \left( \frac{4\pi\omega}{c^2k \cos^2 \alpha} \right)^2 E_{y1} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{H0}^2(z) dz = - \left( \frac{4\pi\omega}{c^2k \cos^2 \alpha} \right)^2 f_H \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{H0}^2(z) dz \quad . \quad (П6)$$

Рассмотрим слой с проводимостью Педерсена. Из уравнений (П2) имеем:

$$\left( \frac{d^2}{dz^2} - k^2 \right) E_{y1} - \frac{4\pi\omega}{c^2k} \tan \alpha \frac{d}{dz} \sigma_{P0} E_{z1} + i \frac{4\pi\omega}{c^2} \frac{\sigma_{P0}}{\cos^2 \alpha} E_{y1} = -i \frac{4\pi\omega}{c^2} \frac{\sigma_{P0}}{\cos^2 \alpha} f_P \quad . \quad (П7)$$

Полагая слой тонким  $\sigma_{p0}(z) = \Sigma_p \delta(z)$  и интегрируя уравнение (П7) по толщине этого слоя, получим:

$$\{E_{y1}\} = 0; \quad \left\{ \frac{dE_{y1}}{dz} \right\} + i \frac{4\pi\omega}{c^2 \cos^2 \alpha} \Sigma_p E_{y1} = -i \frac{4\pi\omega}{c^2 \cos^2 \alpha} \Sigma_p f_p, \quad (\text{П8})$$

где  $\Sigma_p$  - интегральная проводимость Педерсена ионосферы. Складывая равенства (П6) и (П8), получим граничные условия для горизонтальной компоненты электрического поля на тонкой ионосфере, состоящей из двух проводящих слоев:

$$\{E_{y1}\} = 0; \quad la^2 \cos^4 \alpha \left\{ \frac{dE_{y1}}{dz} \right\} + \left( \frac{\omega^2}{k^2} + i\omega v \cos^2 \alpha \right) E_{y1} = - \left( \frac{\omega^2}{k^2} f_H + i\omega v \cos^2 \alpha f_p \right). \quad (\text{П9})$$

В формуле (П9) обозначено:

$$a = c^2 \sigma_0 / 4\pi \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{H0}^2(z) dz; \quad v = c^2 \Sigma_p / 4\pi \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{H0}^2(z) dz$$

### Список литературы.

- Афраймович Э.Л., Перевалова Н.П., Плотников А.В. Регистрация ионосферных откликов на ударно – акустические волны, генерируемые при запусках ракет – носителей // Геомагнетизм и аэронавигация. 2002. Т.42. №6. С.790-797.
- Rauscher E.A., Van Bise W.L. The relationship of extremely low frequency electromagnetic and magnetic fields associated with seismic and volcanic natural activity and artificial ionospheric disturbances // Atmospheric and Ionospheric Electromagnetic Phenomena Associated with Earthquakes. Ed. M. Hayakawa. Terra Scientific Publishing Company (TERRAPUB). Tokyo. 1999. P.459-487.
- Сорокин В.М. Среднеширотные длиннопериодные колебания геомагнитного поля и их связь с волновыми возмущениями ионосферы // Геомагнетизм и аэронавигация. 1987. Т.27. №1. С.104-108.
- Сорокин В.М. Волновые процессы в ионосфере, связанные с геомагнитным полем // Изв. ВУЗов, Радиофизика. 1988. Т.31. С.1169-1180.
- Сорокин В.М., Чмырев В.М., Яценко А.К. Низкочастотные колебания магнитного поля на поверхности Земли, генерируемые горизонтальными неоднородностями ионосферной проводимости // Геомагнетизм и аэронавигация. 2001. Т.41. №3. С.1-5.
- Sorokin V.M., Chmyrev V.M., Yaschenko A.K. Ionospheric generation mechanism of geomagnetic pulsations observed on the Earth's surface before earthquake // Journ. Atmos. Solar-Terr. Phys. 2003. V.64. P.21-29.