Выбор стратегии роста компании на основании критерия максимизации ее стоимости: непрерывный случай

Дранко О.И., Романов В.С. (v_romanov@list.ru)

Московский Физико-Технический Институт

1. Содержательная постановка задачи

Часто перед компаниями встает задача роста, в частности эта ситуация является особенно распространенной сейчас (июль 2006), в условиях быстро растущей российской экономики. Под ростом компании мы будем понимать рост продаж, прибыли и сокращение затрат. Для решения этой задачи в стратегическом менеджменте известно 5 *базовых* стратегий роста:

1. Расширение продуктовой линии
2. Диверсификация
3. Проведение маркетинговой компании
4. Создание новых каналов сбыта
5. Поглощение конкурентов

Все остальные стратегии, которые можно предложить, являются комбинацией этих пяти. Основной встающий вопрос: какие из них выбрать?

С точки зрения концепции Value Based Management, основная цель компании – рост стоимости для ее акционеров. Соответственно, все решения в компании должны приниматься исходя из этой цели. Это означает что, в идеале, нужно уметь рассчитывать влияние каждого из предлагаемых вариантов действий на стоимость компании, и выбирать варианты, наиболее перспективные для поднятия стоимости компании. Для этого нужно иметь модель оценки стоимости и подход к решению задачи управления стоимостью.

Цель данной статьи – поставить и решить задачу выбора стратегии роста компании на основании критерия максимизации стоимости компании в случае непрерывных однопараметрических функций отдачи на проекты.

2. Математические модели

Для постановки задачи выбора стратегии роста, нужно иметь следующие модели:

1. Оценки стоимости компании
2. Управления стоимостью компании
3. Стратегий роста

Общий вид модели оценки стоимостью акционерного капитала компании выглядит следующим образом:

$$E = E_0(\vec{F}_0),$$

где E – стоимость акционерного капитала компании, E_0 - функция оценки стоимости, $\vec{F}_0$ – вектор факторов стоимости. Задача оценки – определить функцию E_0 и вектор $\vec{F}_0$

Модель управления стоимостью в данной статье предлагается построить в следующем виде:

$$E = E_0(\vec{F}_0 + \vec{U}),$$

где $\vec{U}$ – вектор управленческих воздействий.

После этого задача максимизации стоимости ставиться в виде:

$$E = E_0(\vec{F}_0 + \vec{U}) - CU(\vec{F}_0, \vec{U}) \to \max_U ,$$

где CU – функция затрат на реализацию управленческих воздействий.

Стратегия роста – это план внесения управленческих воздействий на объект управления – компанию. Математическая модель стратегии роста в данном контексте – это функция CU.

Рассмотрим упомянутые выше модели и задачи более подробно.

2.1. Модель оценки стоимости

В качестве модели оценки стоимости акционерного капитала компании используем модель экспресс оценки стоимости [7]. Модель применима к производственным и коммерческим компаниям и не может использоваться напрямую для оценки финансовых институтов (банков, страховых и инвестиционных компаний). Основным достоинством этой модели, которое важно при использовании ее как основы для постановки задачи управления стоимостью, является ее универсальность – она применима к любой компании перечисленного типа.

Модель оценки базируется на дисконтировании денежного потока для фирмы. Приведем основные соотношения модели оценки:

$$(1)\ E = V_1 + V_2 - D,$$

$$(2)\ V_1 = \sum_{i=1}^{N} \frac{FCFF_i}{(1+r)^i} = \sum_{i=1}^{N} \frac{R_i * EBITM_i(1-\tau) - I_i}{(1+r)^i} + \sum_{i=1}^{N} \frac{\frac{R_i}{T_i}(APT_i - CAT_i) - \frac{R_{i-1}}{T_{i-1}}(APT_{i-1} - CAT_{i-1})}{(1+r)^i},$$

$$(3)\ V_2 = \frac{NOPLAT_{N+1}(1 - \frac{g}{ROIC})}{(r-g)(1+r)^i},$$

где E (Equity) - оценка текущей рыночной стоимости акционерного капитала компании, D (Debt) – краткосрочный и долгосрочный долг, i – номер года, N – длительность прогнозного периода (лет), $FCFF$ (Free Cash Flow to Firm) – свободный денежный поток фирмы в i-ый год, R (Revenue) – доход, $EBITM$ (EBIT Margin) – операционная рентабельность (%), τ - ставка налога на прибыль, I - чистые капитальные затраты, r – ставка дисконтирования, T_i - длительность i-го года (дни), APT (Accounts Payable Turnover) – оборачиваемость кредиторской задолженности (дни), CAT (Current Assets Turnover) – оборачиваемость оборотных активов (дни), $NOPLAT$ (Net Operating Profit Less Adjusted Taxes) - чистая прибыль от основной деятельности за вычетом скорректированных налогов, g – скорость роста прибыли (*NOPLAT*) компании в каждый год постпрогнозного периода, *ROIC (*Return On Invested Capital*)* – рентабельность инвестированного капитала. *ROIC* определяется следующей формулой:

$$ROIC = \frac{NOPLAT}{FA + CA - AP},$$

где *FA* (Fixed Assets) – внеоборотные активы, *CA* (Current Assets) - оборотные активы, *AP* (Accounts Payable) – кредиторская задолженность и прочие краткосрочные обязательства.

Обозначим множество $\{R_i\}_{i=1...N}$ как вектор $\vec{R}$, аналогично построим вектора $\overrightarrow{EBITM}, \overrightarrow{CAT}, \overrightarrow{APT}, \vec{I}$. Согласно формулам (2) и (3), вектор факторов стоимости выглядит следующим образом:

$$(4)\ \vec{F}_0 = \left\{\vec{R}, \overrightarrow{EBITM}, \overrightarrow{CAT}, \overrightarrow{APT}, \vec{I}, NOPLAT_{N+1}, r, ROIC, g\right\}$$

Величины APT_0, CAT_0, и T_i являются фиксированными и, поэтому, не входят в число факторов. Функция $E_0(\vec{F}_0)$ описывается уравнениями (1), (2) и (3).

2.2. Модель управления стоимостью

Для удобства будем оперировать не с векторами из $5*N+4$ элементов, а матрицами. Введем матрицу X:

$$(5)\ X = \begin{pmatrix} \vec{R} \\ \overrightarrow{EBITM} \\ \overrightarrow{CAT} \\ \overrightarrow{APT} \\ \vec{I} \\ (NOPLAT_{N+1}, 0, ..., 0) \\ (r, 0, ..., 0) \\ (ROIC, 0, ..., 0) \\ (g, 0, ..., 0) \end{pmatrix}.$$

Размер данной матрицы – $9*N$. Обозначим пространство матриц X как S. Обозначим X_0 фиксированную матрицу, отражающую сделанную оценку стоимости компании. Введем матрицу управляющих воздействий $U=\{u_{ij}\}\in S$. Тогда модель управления стоимостью акционерного капитала компании выглядит следующим образом: $E = E_0(X_0 + U)$.

2.3. Задача максимизации стоимости в общем виде

Управлять стоимостью означает изменять денежные потоки компании и оценку рисков в виде ставки дисконтирования r. Такие изменения проводятся посредством проектов. Приведем их примеры:

- Уменьшить оборачиваемость дебиторской задолженности (в днях) за счет введения скидок при оплате авансом: $CAT\downarrow$[1], $R\downarrow$.
- Внедрить модуль ERP планирование производства и понизить оборачиваемость сырья, материалов, готовой продукции: $CAT\downarrow$, дополнительные затраты на проект на внедрение и поддержку ERP системы.
- Снизить ставку дисконтирования r за счет увеличения рейтинга корпоративного управления компании в первом году прогнозного периода: затраты в первом и последующих годах на выполнение рекомендаций по корпоративному управлению.

Таким образом, каждый проект описывается изменением факторов стоимости компании и дополнительным денежным потоком затрат на осуществление проекта, характеризующим стоимость управления.

Проекты могут быть зависимыми [12]. Рассмотрим следующие типы зависимостей между проектами: альтернативные проекты и проекты, ведущие к синергетическим эффектам.

Обозначим все множество рассматриваемых проектов как P. Обозначим подмножества альтернативных проектов как $\{A_i\}$.

Поставим задачу максимизации стоимости как выбор оптимального портфеля (подмножества) проектов P^* из множества P, дающего наибольшее увеличение стоимости в рамках заданных ограничений. В качестве ограничения могут фигурировать: бюджет, производственные мощности, количество свободных сотрудников для осуществления проектов, наличие помещений для ведения проектов и т.д. Рассмотрим только одно ограничение: бюджетное.

Рассмотрим компанию с произведенной оценкой стоимости, определяемой X_0. Назовем проектом любую матрицу $U \in S$. Введем

Предположение 1: проекты $U \in S$ аддитивны, то есть, если возможно выполнение двух проектов U^1 и U^2 одновременно, то результат их выполнения будет эквивалентен результату от выполнения проектов ($U^1 + U^2$).

Введем стоимость управления. Стоимостью управления U является последовательность $CU=(CU_1, CU_2,...)$, характеризующая денежный поток затрат на управление, в общем случае бесконечная. Так же данная последовательность должна зависеть от точки X_0, характеризующей предположения о будущем развитие компании. Иначе говоря, имеется отображение: $CU_i = CU_i(X_0,U)$,

Текущая стоимость (Present Value) денежного потока затрат на управление равна: $PV_{CU} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{CU_i(X_o,U)}{(1+r+u_{71}^k)^i}$. Поставим задачу максимизации стоимости как выбор подмножества P^* проектов из множества P возможных:

$$
(6)\quad \begin{cases} E_0(X_0 + \sum_{k\in P} U^k) - \sum_{k\in P}\sum_{j=1}^{\infty} \frac{CU_j^k}{(1+r+u_{71}^k)^i} \to \max\limits_{P^* \in P} \\ U^k \in U_0, \forall k \in P \\ \left|P^* \cap A_i\right| \le 1 \forall A_i \\ \sum_{k\in P} CU_j^k \le B_j,\ j = 1...J \end{cases},
$$

[1] $\uparrow$ - повышение, $\downarrow$ - понижение

где U_0 – множество допустимых управлений, B_j – бюджетное ограничение, J – число лет, в течение которых бюджетные ограничения существенны, знаком модуля | ... | обозначено число элементов во множестве. U_0 должна содержать следующие содержательные ограничения: $R_i \geq 0$, $EBITM_i \geq 0$, $CAT_i \geq 0$, $APT_i \geq 0$, $r > r_f$ – безрисковая ставка. При постановке задачи для конкретной компании дополнительные ограничения будут наложены как самой компанией, так и отраслью, в которой она работает.

Принципиальной особенностью данной задачи является нелинейность $E_0(X)$ по X. Смысл этого факта заключается в том, что при применении нескольких проектов может появиться *синергетический* эффект – прирост стоимости будет больше, чем сумма приростов стоимости при применении каждого из этих проектов отдельно.

В данной статье мы рассмотрим только непрерывную задачу управления. Дискретная задача управления уже была рассмотрена в [11]. Поэтому, из нашего рассмотрения исключаются две стратегии: диверсификация и поглощение конкурентов. Они являются, по сути, инвестиционными проектами, отдельными от основного бизнеса, обычно имеют всего 2-3 варианта (основной, оптимистический, пессимистический) и задача выбора из этих проектов – это дискретная задача.

2.4. Модели стратегий роста

Для постановки и решения математической задачи выбора стратегии роста согласно описанной выше логике необходимо предложить описание перечисленных выше базовых стратегий роста с помощью математических моделей. Так как данные модели строятся для их последующего использования в задаче максимизации стоимости, мы будем строить их на основе факторов стоимости модели оценки (4).

Стратегия роста – это совокупность проектов, осуществление которых приведет к росту компании. Отсутствие проектов или один проект так же являются стратегией. Базовая стратегия состоит из одного проекта. В терминах модели управления стоимостью каждый проект k описываться функцией $U^k(CU^k)$. Построить математическую модель базовой стратегии – в данном контексте означает описать ее функцию $U^k(CU^k)$.

Функции $U^k(CU^k)$ могут быть чрезвычайно разнообразными, но на практике редко удается детально описать влияние затрат на проект (CU^k) на факторы стоимости компании (U^k). Поэтому, будем рассматривать функции, которые параметризуются одним параметром. Без ограничения общности выберем этим параметром CU^k_1 – инвестиции в проект k в первом году. Тогда CU^k_i для $i>1$ однозначно определяются CU^k_1. Обозначим CU^k_1 через x, y, z для модели каждой рассматриваемой базовой стратегии роста.

В общем случае при росте вложений отдача от проекта сначала растет с возрастающей скоростью, а потом ее темп роста замедляется.

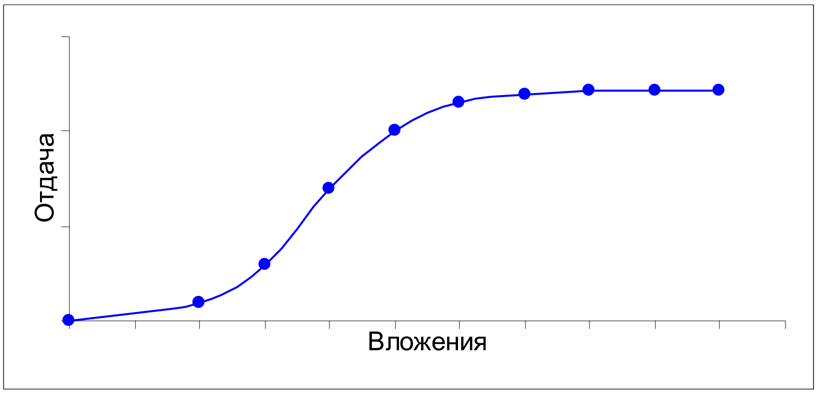

Рисунок 1 Общий вид функции зависимости отдачи проекта от вложений

Один из типов кривых, описывающих эту зависимость – это логистическая кривая, задаваемая уравнением: $f(x) = \frac{k}{1 + b * e^{-ax}}$. Найти аналитическое решение для функций такого типа будет достаточно сложно.

Рассмотрим сначала задачу в общем виде, требуя только следующие свойства функции отдачи от проекта:

1) *f(x)>0*
2) *f(x)* – монотонно возрастает
3) $\lim_{x \to +\infty} \frac{df}{dx} = 0$.

Ниже в таблице описаны предлагаемые модели трех базовых стратегий роста:

Таблица 1 Модели базовых стратегий роста

Стратегия роста	**Затрагиваемые факторы стоимости**	**Модель стратегии**
Расширение продуктовой линии	$R\uparrow$	$CU_i^k = \begin{cases} x, i = 1 \\ 0, i > 1 \end{cases}$ $U_{i1}^k = \Delta R^1(x)$ $U_{i2}^k * (R_i + \sum_{k \in P} U_{i1}^k) = a\Delta R^1(x)$
Создание новых каналов сбыта	$R\uparrow$ $CAT\downarrow$	$CU_i^k = \begin{cases} y, i = 1 \\ 0, i > 1 \end{cases}$ $U_{i1}^k = \Delta R^2(y)$ $U_{i3}^k * (R_i + \sum_{k \in P} U_{i1}^k) = -b\Delta R^2(y)$
Проведение маркетинговой компании	$R\uparrow$	$CU_i^k = \begin{cases} z, i = 1 \\ 0, i > 1 \end{cases}$ $U_{i1}^k = \Delta R^3(z)$

Требования на веденные параметры: *0<a<1, 0<b<1*.

3. Математическая постановка задачи

Рассмотрим ситуацию, когда у компании есть три проекта, соответствующих трем базовым стратегиям роста: расширить продуктовую линию, провести маркетинговую компанию и создать новый канал сбыта, и каждый проект параметризован одной переменной. Тогда:

$$E_0(X_0 + \sum_{k=1}^{3} U^k) =$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \frac{((R_i + \Delta R^1(x) + \Delta R^2(y) + \Delta R^3(z)) * EBITM_i + a\Delta R^1(x))(1-\tau) - I_i}{(1+r)^i} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{N} \frac{\frac{1}{T_i}((R_i + \Delta R^1(x) + \Delta R^2(y) + \Delta R^3(z)) * (APT_i - CAT_i) + b\Delta R^2(y))}{(1+r)^i}(1 - \frac{1}{1+r}) -$$

$$-\frac{\frac{R_0}{T_0}(APT_0 - CAT_0)}{1+r} + V_2 - D =$$
$$= E_0(X_0) + (\delta + \varphi)\Delta R^1(x) + (\delta + \theta)\Delta R^2(y) + \delta\Delta R^3(z)$$

где:

$$E_0(X_0) = \sum_{i=1}^{N} \frac{R_i * EBITM_i * (1-\tau) - I_i + \frac{APT_i - CAT_i}{T_i}\frac{r}{1+r}}{(1+r)^i} - \frac{\frac{R_0}{T_0}(APT_0 - CAT_0)}{1+r} + V_2 + D\,,$$

$$\delta = \sum_{i=1}^{N} \frac{(EBITM_i(1-\tau) + \frac{APT_i - CAT_i}{T_i}\frac{r}{1+r})}{(1+r)^i},$$

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N} \frac{a*(1-\tau)}{(1+r)^i},$$

$$\theta = \sum_{i=1}^{N} \frac{b}{T_i(1+r)^i} * \frac{r}{1+r}\,.$$

Получившаяся формула – это модель зависимости стоимости компании от действий, направленных на ее рост. Используя имеющуюся функцию стоимости в зависимости от *x, y, z,* можно поставить задачу по ее оптимизации.

$$(7)\ \begin{cases} E_0(X_0) + (\delta + \varphi)\Delta R^1(x) + (\delta + \theta)\Delta R^2(y) + \delta\Delta R^3(z) - \dfrac{x+y+z}{1+r} \to \max\limits_{x,y,z} \\ x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \\ x + y + z \leq B_1 \end{cases}$$

4. Исследование задачи

Получившаяся задача – это задача математического программирования. Для таких задач нет общего метода поиска аналитического решения. Исследуем задачу исходя из известных свойств функций $\Delta R^1(x), \Delta R^2(y), \Delta R^3(z)$.

Заметим, что каждый из введенных коэффициентов соответствует одному из проектов:

Проект	**Параметр**	**Коэффициент**
Расширение продуктовой линии	*x*	δ+φ
Создание новых каналов сбыта	*y*	δ+θ
Проведение маркетинговой компании	*z*	δ

Опишем очевидные свойства решений. Для этого введем следующие два определения:

Назовем *вкладом проекта* по расширению продуктовой линии *в стоимость* функцию $f(x) = E_0(X_0 + U^k(x)) - E_0(X_0)$. Аналогично введем вклад в стоимость для двух остальных проектов.

Назовем проект *продуктивным*, если существует такой уровень затрат на проект на интервале (0,∞), при котором его вклад в стоимость положительный.

Свойство решений 1: если коэффициент, соответствующий проекту, меньше или равен нулю, то в решении вложения в этот проект равны нулю, другими словами *вложения в проект нецелесообразны*. Для третьего проекта существует простая интерпретация этого факта: при сделанной оценке стоимости увеличение продаж на одинаковое число в каждом году прогнозного периода ведет к падению стоимости компании. Вероятно, такая компания имеет отрицательную стоимость, создаваемую в прогнозном периоде (V_1) и для поднятия ее стоимости в прогнозном периоде нужны проекты роста с другим распределением эффектов $U_{1i}{}^k$ по годам.

Свойство решений 2: если проект не продуктивный, то в решении вложения в этот проект равны нулю, другими словами *вложения в проект нецелесообразны*.

Свойство решений 3: при неотрицательности соответствующего коэффициента вклад проекта имеет максимум на [0,∞). Например, функция $f(x) = (\delta+\varphi)\Delta R^1(x) - \frac{x}{1+r}$. Иначе говоря, *повышение стоимости от вложений в соответствующий проект имеет максимум*. Это объясняется падающей отдачей на проект в выбранных моделях стратегий. Если этот максимум можно достигнуть в рамках бюджета на все 3 проекта (B_1), то значения параметров, в которых достигается максимумы, и есть решение.

5. Решение для частного случая

Введем предположение, что все рассматриваемые далее проекты продуктивны. Найдем решение для задачи в частном случае. Зададимся более простой, чем логистическая кривая, функцией $f(x) = \ln(x+1)$. Она, очевидно, моделирует только вторую часть зависимости – падение отдачи от вложений, но именно это свойство кривой, как будет показано ниже, определяет поведение решений.

$$\Delta R^1(x) = c\ln(\frac{x}{B_1}+1), \Delta R^2(y) = d\ln(\frac{y}{B_1}+1), \Delta R^3(z) = h\ln(\frac{z}{B_1}+1)$$

Запишем задачу максимизации в явном виде:

$$(8)\quad \begin{cases} f(x,y,z) = E(X_0) + \\ + c(\delta+\varphi)\ln(\frac{x}{B_1}+1) + d(\delta+\theta)\ln(\frac{y}{B_1}+1) + h\delta\ln(\frac{z}{B_1}+1) - \frac{x+y+z}{1+r} \to \max\limits_{x,y,z} \\ x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0 \\ x+y+z \le B_1 \end{cases}.$$

Решим задачу (8), рассмотрев все возможные значения параметров. Заметим, что, так как $a>0$ и $b>0$ то φ>0, θ>0 и $|\delta+\varphi| + |\delta+\theta| + |\delta| > 0$.

1) δ+φ≥0, δ+θ≥0, δ≥0

Рассмотрим функцию $f(x) = c*(\delta+\varphi)\ln(\frac{x}{B_1}+1) - \frac{x}{1+r}$. Ее максимум на [0,∞) достигается в точке $x_0 = c*(\delta+\varphi)(1+r) - B_1$. Аналогично введем y_0 и z_0. Тогда существует два варианта:

1.1) $x_0 + y_0 + z_0 \le B_1$. Решение: (x_0, y_0, z_0)

1.2) $x_0 + y_0 + z_0 > B_1$

Тогда $x+y+z=B_1$. Необходимые и достаточные условия минимума функции $f(x, y, B_1 - x - y)$ в области $x\geq 0$, $y\geq 0$:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{\dfrac{c*(\delta+\varphi)}{B_1}}{\dfrac{x}{B_1}+1} - \dfrac{\dfrac{h*\delta}{B_1}}{\dfrac{B_1-x-y}{B_1}+1} = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} = \dfrac{\dfrac{d*(\delta+\theta)}{B_1}}{\dfrac{y}{B_1}+1} - \dfrac{\dfrac{h*\delta}{B_1}}{\dfrac{B_1-x-y}{B_1}+1} = 0 \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = -\dfrac{\dfrac{c*(\delta+\varphi)}{B_1^2}}{(\dfrac{x}{B_1}+1)^2} - \dfrac{\dfrac{h*\delta}{B_1^2}}{(\dfrac{B_1-x-y}{B_1}+1)^2} < 0 \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} - (\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y})^2 = (\dfrac{\dfrac{c*(\delta+\varphi)}{B_1^2}}{(\dfrac{x}{B_1}+1)^2} + \dfrac{\dfrac{h*\delta}{B_1^2}}{(\dfrac{B_1-x-y}{B_1}+1)^2}) * (\dfrac{\dfrac{d*(\delta+\theta)}{B_1^2}}{(\dfrac{y}{B_1}+1)^2} + \dfrac{\dfrac{h*\delta}{B_1^2}}{(\dfrac{B_1-x-y}{B_1}+1)^2}) - \\ -(\dfrac{\dfrac{h*\delta}{B_1^2}}{(\dfrac{B_1-x-y}{B_1}+1)^2})^2 > 0 \end{cases}$$

Решение:

$$B_1(\frac{4c*(\delta+\varphi)}{h\delta + c*(\delta+\varphi) + d*(\delta+\theta)} - 1, \frac{4d*(\delta+\theta)}{h\delta + c*(\delta+\varphi) + d*(\delta+\theta)} - 1, \frac{4h*\delta}{h\delta + c*(\delta+\varphi) + d*(\delta+\theta)} - 1)$$

.

2) $\delta+\varphi\geq 0$, $\delta+\theta\geq 0$, $\delta<0$

В этом случае в решении, очевидно, z=0. Так же, как и в предыдущем случае, возможны два варианта:

2.1) $x_0 + y_0 \leq B_1$. Решение: $(x_0, y_0, 0)$

2.2) $x_0 + y_0 > B_1$

Решение: $B_1(\dfrac{2c*(\delta+\varphi) - d*(\delta+\theta)}{c*(\delta+\varphi) + d*(\delta+\theta)}, \dfrac{2d*(\delta+\theta) - c*(\delta+\varphi)}{c*(\delta+\varphi) + d*(\delta+\theta)}, 0)$.

3) $\delta+\varphi\geq 0$, $\delta+\theta<0$, $\delta<0$

В этом случае в решении, очевидно, $y=0$ и $z=0$. Так же, как и в предыдущих случаях, возможны два варианта. Обобщив их, запишем решение в виде: $(\min(x_0, B_1), 0, 0)$

4) $\delta+\varphi<0$, $\delta+\theta\geq 0$, $\delta<0$

Аналогично, решение: $(0, \min(y_0, B_1), 0)$

5) δ+φ<0, δ+θ<0, δ<0

Решение: (0,0,0)

Обобщим решения в таблице:

δ+φ	δ+θ	δ	**Решение**
δ+φ≥0	δ+θ≥0	δ≥0	$\begin{cases} (c*(\delta+\varphi)(1+r)-B_1, d*(\delta+\theta)(1+r)-B_1, h*\delta*(1+r)-B_1), \\ c*(\delta+\varphi)(1+r)+d*(\delta+\theta)(1+r)+h*\delta*(1+r)-3B_1 \le B_1 \\ B_1(\frac{4c*(\delta+\varphi)}{h\delta+c*(\delta+\varphi)+d*(\delta+\theta)}-1, \frac{4d*(\delta+\theta)}{h\delta+c*(\delta+\varphi)+d*(\delta+\theta)}-1, \\ \frac{4h*\delta}{h\delta+c*(\delta+\varphi)+d*(\delta+\theta)}-1), \\ c*(\delta+\varphi)(1+r)+d*(\delta+\theta)(1+r)+h*\delta*(1+r)-3B_1 > B_1 \end{cases}$
δ+φ≥0	δ+θ≥0	δ<0	$\begin{cases} B_1(\frac{2c*(\delta+\varphi)-d*(\delta+\theta)}{c*(\delta+\varphi)+d*(\delta+\theta)}, \frac{2d*(\delta+\theta)-c*(\delta+\varphi)}{c*(\delta+\varphi)+d*(\delta+\theta)}, 0), \\ c*(\delta+\varphi)(1+r)+d*(\delta+\theta)(1+r)-2B_1 \le B_1 \\ B_1(\frac{2c*(\delta+\varphi)-d*(\delta+\theta)}{c*(\delta+\varphi)+d*(\delta+\theta)}, \frac{2d*(\delta+\theta)-c*(\delta+\varphi)}{c*(\delta+\varphi)+d*(\delta+\theta)}, 0), \\ c*(\delta+\varphi)(1+r)+d*(\delta+\theta)(1+r)-2B_1 > B_1 \end{cases}$
δ+φ≥0	δ+θ<0	δ<0	$(\min(c*(\delta+\varphi)(1+r), B_1), 0, 0)$
δ+φ<0	δ+θ≥0	δ<0	$(0, \min(d*(\delta+\theta)(1+r), B_1), 0)$
δ+φ<0	δ+θ<0	δ<0	(0,0,0)

Как очевидно, какие проекты будут выбраны в решении, задается тремя коэффициентами: $\delta+\varphi$, $\delta+\theta$, δ. Коэффициенты c, d и h влияют лишь на количественное значение решения, то есть распределение бюджета по выбранным проектам.

6. Заключение

В данной статье проведена попытка исследовать выбор стратегий роста с точки зрения решения задачи максимизации стоимости компании. Задача была поставлена и исследована в общем виде, определены два свойства решений:

1. не все проекты ведут к росту стоимости;
2. существуют проекты продуктивные и не продуктивные, вложения в непродуктивные проекты нецелесообразны;
3. для каждого продуктивного проекта будет существовать точка максимума роста стоимости.

Для нахождения решения был исследован частный случай: в качестве математических моделей роста были взяты достаточно простые модели, но это позволило получить аналитическое решение задачи роста стоимости и результаты, имеющие простую экономическую интерпретацию. Полученные решения в частном случае –

следствие построенных моделей роста. При других моделях решения, вообще говоря, будут другие, но общие свойства решений сохранятся.

Развитие исследования возможно по разным направлениям, однако основными из них являются следующие:

1. решение задачи для случая *n* проектов – это легко сделать с помощью метода множителей лагранджа;
2. поиск и исследование решений для других моделей роста;
3. построение моделей и поиск решений для других стратегических преобразований компании: сокращение издержек, рост продаж, роста прибыли, ответ на действия конкурента.

Литература

1. *Коупленд Т., Колер Т., Мурин Д.* Стоимость компаний: оценка и управление. - М.: Олимп-Бизнес, 2000.
2. *L. Peter Jennergren* A Tutorial on the McKinsey Model for Valuation of Companies, Fourth revision, August 26, 2002. - Stockholm School of Economics, 2002.
3. *Егерев И.А.* Стоимость бизнеса: Искусство управления. - М.: Дело, 2003.
4. *Мордашев С.* Рычаги управления стоимостью компании // Журнал "Рынок ценных бумаг" - №15 2001. http://www.rcb.ru/archive/articlesrcb.asp?aid=2028
5. *Самохвалов В.* Как определить ключевые финансовые факторы стоимости? // Журнал Управление Компанией - N5, 2004. *www.zhuk.net/archive/articlesyk.asp?aid=4090*
6. *Модильяни Ф., Миллер М.* Сколько стоит фирма? Сборник статей. - М.: Дело, 1999.
7. *Романов В.С.* Модель экспресс оценки стоимости компании // 2005. http://www.cfin.ru/finanalysis/value/value_company.shtml
8. *Романов В.С.* Оценка и управление стоимостью компании в рамках доходного подхода: Магистерская диссертация. - М.: МФТИ, 2003.
9. *Дранко О.И., Кислицына Ю.Ю.* Многоуровневая модель финансового прогнозирования деятельности предприятия // Сборник трудов молодых ученых ИПУ РАН «Управление социально-экономическими системами». - М.: Фонд «Проблемы управления», 2000. - С. 209-221.
10. *Fernandez, P.,* Company valuation methods. The most common errors in valuations, // Research Paper no. 449. - University of Navarra, 2002. http://papers.ssrn.com/sol3/cf_dev/AbsByAuth.cfm?per_id=12696
11. *Романов В.С.* Задача управления стоимостью компании – дискретный случай // Сборник трудов "Управление большими системами". Выпуск 12-13. – М: ИПУ РАН, 2006. – 142-153.
12. *Карибский А.В., Шишорин Ю.Р., Юрченко С.С.* Финансово-экономический анализ и оценка эффективности инвестиционных проектов и программ (обзор). Часть II // Автоматика и телемеханика, № 8, 2003.